

Concours National Commun (CNC) - Corrigé
Session 2026 : Epreuve de Physique I - Filière MP

Corrigé proposé par : **Pr.JENKAL RACHID**
jenkalrachid.agr@gmail.com
www.chtoukaphysique.com
 Classes Préparatoires aux Grandes Écoles
 Beni Mellal - 19 / 05 / 2026

- Partie I : Doubleur de fréquence - 4 points

Exercice 1 (Partie I : Doubleur de fréquence - 4 points)

- Unité de k_m est : V^{-1}
- Expression linéarisée du signal $u(t)$:

On a :

$$u(t) = k_m \cdot e_1(t) \cdot e_1(t) = k_m E_m^2 \cos^2(2\pi f t)$$

Soit :

$$u(t) = \frac{k_m E_m^2}{2} (1 + \cos(4\pi f t))$$

D'où le résultat :

$$u(t) = \frac{k_m E_m^2}{2} + \frac{k_m E_m^2}{2} \cos(4\pi f t)$$

Représentation graphique du spectre en amplitude de $u(t)$:

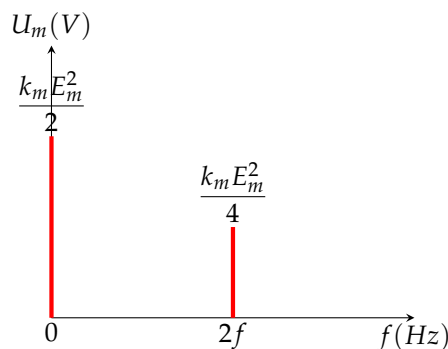


FIGURE 1 – Représentation du spectre en amplitude du filtre étudié @Chtoukaphysique

Le spectre contient :

- Une composante continue d'amplitude : $\frac{k_m E_m^2}{2}$
- Une composante harmonique à la fréquence $2f$ et d'amplitude : $\frac{k_m E_m^2}{2}$

3. Nature du filtre utilisé :

Mathématiquement :

- Si $f \rightarrow 0 \implies |H(jf)| \rightarrow 0$;
- Si $f \rightarrow \infty \implies |H(jf)| \rightarrow H_0 \neq 0$

Graphiquement :

Le diagramme de Bode montre :

- un gain faible aux basses fréquences ;
- un gain constant aux hautes fréquences.

➡ Le filtre est donc un filtre passe-haut

4. Fréquence de coupure f_c à -3 dB :

Le nombre n doit être impair, sinon la fonction de transfert devient réel, ce qui ne correspond pas au diagramme de Bode.

Le module la fonction de transfert est alors :

$$|H(jf)| = \frac{H_0}{\sqrt{1 + \left(\frac{f_0}{f}\right)^{2n}}}$$

☞ **Gain statique H_0 du filtre :**

Le gain en décibels est défini par :

$$G_{dB} = 20 \log |H(jf)|$$

Pour les hautes fréquences (H.F) :

$$f \gg f_0 \implies H(jf) \simeq H_{max} = H_0$$

D'après le diagramme :

$$G_{dB} = 20 \log H_0 \simeq 10 \text{ dB}$$

Donc :

$$H_0 = \sqrt{10} \simeq 3.16$$

☞ **Ordre n du filtre utilisé :**

Pour les basse fréquence (B.F), on a

$$f \ll f_0 \implies H_{BF}(jf) \approx H_0 \left(\frac{jf}{f_0}\right)^n \implies G_{dB,BF} \approx 20 \log H_0 + 20n \log \left(\frac{f}{f_0}\right)$$

Soit :

$$G_{dB,BF} \approx 20n \log f + C \quad \text{avec} \quad C = 20 \log H_0 - 20n \log f_0$$

Cette expression correspond à une asymptote de pente :

$$a = 20n \text{ dB/décade}$$

Dans le diagramme de Bode, la pente mesurée est :

$$a_{mes} = 20 \text{ dB/dec}$$

Par identification, le filtre est d'ordre 1 :

$$a = a_{mes} \implies n = 1$$

À la fréquence de coupure f_c , on a :

$$|H(jf_c)| = \frac{H_{max}}{\sqrt{2}} \implies \frac{H_0}{\sqrt{1 + \left(\frac{f_0}{f}\right)^2}} = \frac{H_0}{\sqrt{2}} \implies f_c = f_0$$

D'après la courbe de phase, on a :

$$f_c = f_0 = 10^3 \text{ Hz} = 1 \text{ kHz}$$

5. **Condition que doit satisfaire la fréquence de coupure f_c** pour que le filtre utilisé permette d'obtenir un signal de sortie $s(t)$ sinusoïdal de fréquence f_0 :
- Le filtre doit éliminer la composante continue et laisser passer la composante de fréquence : $f_0 = 2f$
- Il faut donc :

$$0 \ll f_c \ll f_0 \quad \text{avec} \quad f_0 = 2f$$

6. **Expression du signal de sortie $s(t)$:**

Grâce à la linéarité du filtre et sous cette condition, l'expression de $s(t)$ devient :

$$\underline{s}(t) \approx \underline{H}(j2f) \cdot \frac{k_m E_m^2}{2} \cos(4\pi f t) \implies S(t) \approx |H(j2f)| \cdot \frac{k_m E_m^2}{2} \cos(4\pi f t + \arg(H(j2f)))$$

Que l'on peut se mettre sous la forme :

$$s(t) = S_m \cos(2\pi f_0 t + \varphi)$$

Avec :

$$S_m = H \frac{H_0}{\sqrt{5}} \cdot \frac{k_m E_m^2}{2} ; \quad f_0 = 2f \quad \text{et} \quad \varphi = \arg(H(j2f)) = \arctan(2) = 1,11 \text{ rad}$$

7. **Montage expérimental du filtre étudié : filtre passe-haut d'ordre 1 avec un gain statique $H_0 = \sqrt{10}$:**
- On peut utiliser un circuit RC suivi d'un amplificateur non-inverseur telle que la fonction de transfert :

$$H(j\omega) = \sqrt{10} \frac{j\omega RC}{1 + j\omega RC}$$

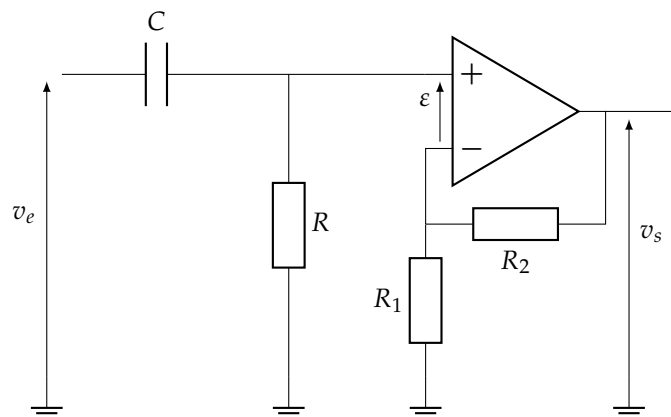


FIGURE 2 – Schéma du Filtre étudié @Chtoukaphysique

Le gain statique H_0 est donné par :

$$H_0 = 1 + \frac{R_2}{R_1} = \sqrt{10}$$

La fréquence de coupure vaut :

$$f_c = \frac{1}{2\pi RC}$$

☞ Méthode expérimentale simple pour mesurer la fréquence de coupure f_c :

- Appliquer un signal sinusoïdal à l'entrée du filtre ,
- Faire varier (en diminuant ou en augmentant) la fréquence f jusqu'à ce que l'amplitude S_m de la tension de sortie vérifie :

$$S_m = \frac{S_{\max}}{\sqrt{2}}$$

➡ La fréquence obtenue correspond à la fréquence de coupure f_c .

Partie II : Hélium - 16 points

Problème 1 (Hélium - 16 points)

Partie I : Interférences d'atomes d'Hélium

1. Gaz quantique ou gaz classique :

1.1. L'état physique de l'hélium :

- Domaine (A) : Solide ;
- Domaine (B) : Liquide normal (He I) ;
- Domaine (C) : Liquide superfluide (He II).

1.2. Particularité de la ligne λ du diagramme :

La ligne λ sépare deux phases liquides de l'hélium :

- une phase liquide normale appelée He I ;
- une phase liquide superfluide appelée He II.

1.3. Refroidissement de l'hélium sous une pression constante de 1 bar :

Si l'on refroidit progressivement l'hélium à partir de la température ambiante sous une pression constante de 1 bar :

- l'hélium se liquéfie à la température $T = 4,2\text{ K}$, il est alors dans la phase liquide normale (He I) ;
- en poursuivant le refroidissement, il passe dans la phase liquide superfluide (He II) en traversant la ligne λ vers $T \approx 2,17\text{ K}$.

1.4. Diagramme d'état (P, T) d'un corps pur :

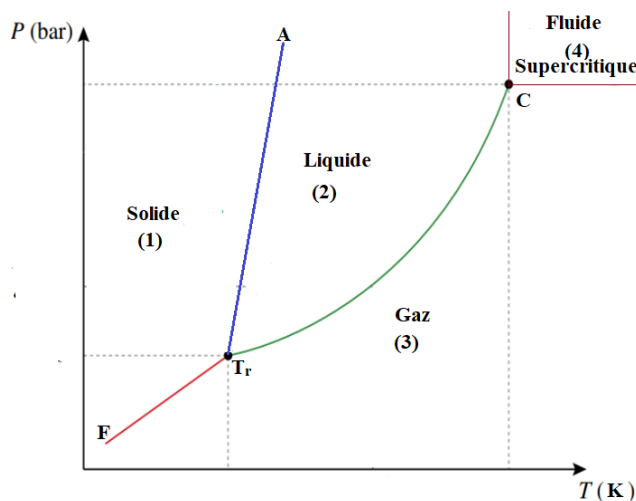


FIGURE 3 – Diagramme d'état (P, T) d'un corps pur @Chtoukaphysique

Les particularités du diagramme d'état (P, T) de l'hélium He :

- Absence du point triple classique et présence du point dit « lambda » ;
- Existence de l'état superfluide ;

1.1.5. Équation d'état des gaz parfaits

$$PV = nRT$$

où :

- P : pression du gaz, en (Pa) ;
- V : volume du gaz, en (m^3) ;
- n : quantité de matière, en (mol) ;
- R : constante des gaz parfaits ;
- T : température absolue, en (K).

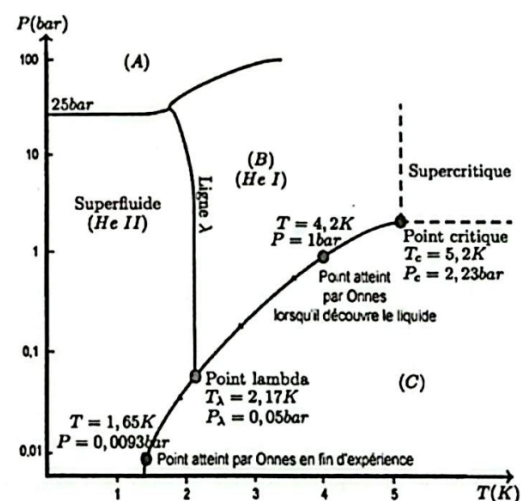


FIGURE 4 – Diagramme d'état de l'hélium @Chtoukaphysique

1.1.6. Densité particulière de l'hélium et volume moléculaire moyen

La densité particulière est donnée par :

$$n^* = \frac{N}{V_0} = \frac{P_0}{k_B T_0}$$

Avec :

$$P_0 V_0 = N k_B T_0 \quad \text{et} \quad R = N_A k_B$$

A.N :

$$n^* = 2,46 \times 10^{25} \text{ m}^{-3}$$

☞ Volume moyen disponible par atome :

$$V^* = \frac{V_0}{N} = \frac{1}{n^*}$$

A.N :

$$V^* = 4,07 \times 10^{-26} \text{ m}^3$$

1.1.7. Distance moyenne entre deux atomes voisins

$$d^* \simeq (V^*)^{1/3}$$

A.N :

$$d^* \simeq 3,44 \times 10^{-9} \text{ m} = 3440 \text{ pm}$$

☞ Comparaison avec le rayon atomique de l'hélium :

$$d^* \gg r = 128 \text{ pm}$$

☞ Conclusion :

Les distances interatomiques sont très grandes devant la taille des atomes. On peut donc négliger le volume propre des atomes d'hélium ainsi que les interactions entre les particules.

L'hélium peut alors être assimilé à un gaz parfait.

1.1.8. Énergie moyenne d'atome d'He :

D'après le théorème d'équipartition de l'énergie , on peut associer à chaque degré de liberté une éner-

gie moyenne : $\frac{1}{2} k_B T$

Pour un gaz parfait monoatomique :

$$\langle e_c \rangle = \frac{3}{2} k_B T$$

L'énergie totale du gaz :

$$\langle E_c \rangle = N \langle e_c \rangle \implies \langle E_c \rangle = \frac{3}{2} N k_B T$$

ou encore :

$$\langle E_c \rangle = \frac{3}{2} n R T \quad \text{avec} \quad R = N_A \cdot k_B$$

1.1.9. Vitesse quadratique moyenne v_q des atomes d'hélium à $T_0 = 295 \text{ K}$:

$$\langle E_c \rangle = \frac{1}{2} m v_q^2 = \frac{3N}{2} K_B T$$

D'où :

$$v_q = \sqrt{\frac{3k_B T}{m}}$$

A.N :

Pour $T_0 = 295 \text{ K}$, on obtient :

$$v_q \approx 1351 \text{ m.s}^{-1}$$

1.1.10. Expression de la longueur d'onde de De Broglie λ_{dB} des atomes d'hélium en fonction de la température T de la source

D'après la relation de De Broglie λ_{DB} , on a :

$$\lambda_{DB} = \frac{h}{p} = \frac{h}{m v_q} \implies \lambda_{DB}(T) = \frac{h}{\sqrt{3k_B T m}}$$

A.N :

Pour $T_0 = 295 \text{ K}$:

$$\lambda_{DB}(T_0 = 295 \text{ K}) \approx 7.33 \times 10^{-11} \text{ m} = 73,3 \text{ pm}$$

Pour $T_1 = 83 \text{ K}$:

$$\lambda_{DB}(T_1) \approx 1.38 \times 10^{-10} \text{ m} = 138 \text{ pm}$$

1.1.11. Nature de traitement : Classique ou quantique

On remarque que :

$$\lambda_{DB} \approx L_c = r = 128 \text{ pm}$$

➡ La longueur d'onde de De Broglie est donc du même ordre de grandeur que les dimensions caractéristiques du système.

Les effets quantiques deviennent alors importants ; par conséquent, le mouvement des atomes d'hélium doit être traité dans le cadre de la mécanique quantique.

2. Diffraction d'une particule quantique :

1.2.1. Interprétation de la fonction d'onde :

La fonction d'onde $\psi(x, y, z, t)$ ne possède pas de signification physique directe ; mais, elle contient toute l'information accessible sur l'état quantique de la particule. Elle représente l'amplitude de probabilité

↪ **Interprétation probabiliste :**

La probabilité élémentaire dP de trouver la particule, à l'instant t , dans un élément de volume $d\tau$ centré au point M est donnée par :

$$dP = |\psi(M, t)|^2 d\tau$$

où $|\psi(M, t)|^2$ représente la densité de probabilité de présence de la particule .

1.2.2. L'expression $\varphi(x)$ en utilisant l'équation de Schrödinger

On remplace la solution :

$$\psi(x, t) = \varphi(x) e^{-i \frac{Et}{\hbar}}$$

dans l'équation de Schrödinger :

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi(x,t)}{\partial x^2} + V(x)\psi(x,t) = i\hbar \frac{\partial \psi(x,t)}{\partial t}$$

On obtient l'équation de Schrödinger indépendante du temps :

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \varphi(x)}{dx^2} + V(x)\varphi(x) = E\varphi(x)$$

Dans une région où le potentiel est constant ($V(x) = 0$), l'équation devient :

$$\frac{d^2 \varphi(x)}{dx^2} + k^2 \varphi(x) = 0 \quad \text{avec} \quad k = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}$$

L'expression générale de $\varphi(x)$ est :

$$\psi(x,t) = A e^{ikx} + B e^{-ikx}$$

1.2.3. État quantique de la particule étudié :

La solution générale est la superposition de deux ondes progressives harmoniques de sens opposés :

$$\psi(x,t) = A e^{i(kx - \frac{Et}{\hbar})} + B e^{-i(kx + \frac{Et}{\hbar})}$$

Or la particule se déplace suivant l'axe (Ox) dans le sens des x croissants, alors la solution acceptable est :

$$\psi(x,t) = \psi_0 e^{i(kx - \omega t)} \quad \text{et} \quad \psi_0 = Cte$$

Avec

$$E = \hbar\omega \quad \text{et} \quad k = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}$$

1.2.4. Relation de dispersion $\omega = \omega(k)$:

Pour une particule libre, on :

$$E = \frac{p^2}{2m} \quad \text{et} \quad k = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}$$

Alors :

$$p = \hbar k = \frac{h}{\lambda}$$

On obtient la relation de De Broglie .

Or :

$$E = \hbar\omega \implies \hbar\omega = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$$

D'où la relation de dispersion :

$$\omega(k) = \frac{\hbar k^2}{2m}$$

1.2.5. Signification physique de chaque terme :

$\rho_\psi(x,t) = |\psi(x,t)|^2$: La densité de probabilité de présence de la particule .

$j_\psi(x,t) = \frac{\hbar}{m} \text{Im} \left(\psi^* \frac{\partial \psi}{\partial x} \right)$: La densité de courant de probabilité associée à la particule libre .

Puisque $\int_{-\infty}^{+\infty} |\psi(x, t)|^2 dx$ diverge, alors la fonction $\psi(x, t)$ ne peut pas décrire convenablement l'état quantique de la particule;

1.2.6. **Conservation de la longueur d'onde :** On a :

$$E = \frac{p^2}{2m} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} = \frac{h^2}{2m\lambda^2}$$

La conservation de l'énergie implique la conservation de la longueur d'onde :

$$E = Cte \implies \lambda = Cte$$

1.2.7. **Inégalité d'Heisenberg :**

La fente est infinie suivant la direction (Oy) ; alors, d'après le principe d'indétermination d'Heisenberg, si :

$$\Delta y \longrightarrow \infty \implies \Delta p_y \longrightarrow 0$$

1.2.8. **Ordre de grandeur de Δk_z :**

$$\Delta z \cdot \Delta p_z \geq \frac{\hbar}{2}$$

Or

$$\Delta z \simeq d_0 \quad \text{et} \quad \Delta p_z = \hbar \Delta k_z$$

D'où :

$$\Delta k_z \geq \frac{1}{2d_0}$$

1.2.9. **Angle de diffraction :**

D'après le schéma, on a

$$\Delta k_z = k_{z,f} - k_{z,i} = k_{z,f} = k_f \sin \theta$$

donc :

$$\Delta k_z = \frac{2\pi}{\lambda_{DB}} \sin \theta.$$

La relation d'incertitude obtenue précédemment impose :

$$\frac{2\pi}{\lambda_{DB}} \sin \theta \geq \frac{1}{2d_0},$$

D'où le résultat :

$$\sin \theta \geq \frac{\lambda_{DB}}{4\pi d_0} \implies \sin \theta \approx \frac{\lambda_{DB}}{4\pi d_0}$$

Ainsi, l'angle de diffraction θ est de l'ordre de :

$$\sin \theta \approx \frac{\lambda_{DB}}{d_0} \quad \text{à un facteur numérique près}$$

On retrouve donc la même loi qu'en physique ondulatoire : lorsqu'une onde de longueur d'onde λ traverse une ouverture de taille a , elle subit une diffraction caractérisée par :

$$\sin \theta \approx \theta \approx \frac{\lambda}{a}$$

3. Interférences d'atomes d'hélium :

1.3.1. Estimation du temps de vol t_a à $T_0 = 295 \text{ K}$:

$$t_a = \frac{D + D'}{v_q}$$

A.N

$$t_a \approx \frac{(64 + 64) \cdot 10^{-2}}{1351} \approx 0,95 \text{ ms}$$

1.3.2. Expression de l'angle de diffraction θ_e :

$$\theta_e \approx \frac{\lambda_{DB}}{\ell_e}$$

☞ La largeur de la tache centrale principale de la diffraction est donnée par :

$$\tan \theta_e \approx \theta_e \approx \frac{b}{2D'} \approx \frac{\lambda_{DB}}{\ell_e}$$

Alors :

$$b \approx \frac{2 \cdot \lambda_{DB} \cdot D'}{\ell_e}$$

A.N

$$b \approx 46,9 \text{ } \mu\text{m}$$

On remarque que :

$$d \ll b$$

Alors le faisceau diffracté éclaire effectivement les deux fentes F_1 et F_2 .

1.3.3. Rôle de La fente d'entrée (F_e) :

Elle assure la cohérence du faisceau atomique

1.3.4. Expression de l'angle de diffraction θ_d de l'onde de matière diffractée par la fente F_i :

$$\theta_d \approx \frac{\lambda_{DB}}{\ell_i}$$

La largeur de la tache centrale b_d obtenue par chaque fente :

Comme :

$$\tan \theta_d \approx \theta_d \approx \frac{b_d}{2D} = \frac{\lambda_{DB}}{\ell_i}$$

Alors :

$$b_d \approx \frac{2 \cdot \lambda_{DB} \cdot D}{\ell_i}$$

A.N

$$b_d \approx 93,8 \text{ } \mu\text{m}$$

La largeur de la zone de recouvrement b_i des deux ondes diffractés dans le plan de détection est donnée par :

$$b_i \approx b_d - d$$

A.N

$$b_i \approx 46,9 \mu m$$

1.3.5. Expression de la différence de marche :

Par définition :

$$\delta(P) = [(O_e F_2) + (F_2 P)] - [(O_e F_1) + (F_1 P)] = (F_2 P) - (F_1 P)$$

Or

$$n_v = 1 \implies \delta(P) = F_2 P - F_1 P$$

D'où :

$$\delta(P) \approx \frac{d \cdot z}{D}$$

1.3.5. Phénomène d'interférence :

Si l'on ne tient compte que de l'effet d'interférence entre les faisceaux issus des deux fentes F_1 et F_2 , l'expression de l'intensité au point P est donnée par la formule de Fresnel :

$$I(P) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \varphi$$

Or :

$$I_1 = I_2 = \frac{I_0}{4} \quad ; \quad \text{avec } I_0 : \text{l'intensité maximale au point P}$$

on obtient :

$$I(P) = \frac{I_0}{2} (1 + \cos \varphi)$$

Et :

$$\varphi = 2\pi \frac{\delta}{\lambda_{DB}} \quad \text{et} \quad \delta \approx \frac{dz}{D}$$

d'où :

$$I(P) = \frac{I_0}{2} \left(1 + \cos \left(2\pi \frac{z}{i_{th}} \right) \right)$$

L'interfrange théorique i_{th} :

$$i_{th} \approx \frac{\lambda_{DB} \cdot D}{d}$$

A.N :

$$i_{th} \approx 5,86 \mu m$$

1.3.7. Le bruit de fond peut être mesuré en occultant le faisceau à l'entrée du dispositif.

1.3.8. Mesure de l'interfrange i_{ex} et de la longueur d'onde λ_{DB} :

L'interfrange expérimental est obtenu en mesurant la distance entre deux maxima consécutifs :

$$i_{ex}(T) = |\Delta z|$$

Pour $T_0 = 295 \text{ K}$:

D'après la courbe (a) :

$$i_{ex}(T_0) = \frac{10}{2.5} = 4 \mu\text{m}$$

$$\lambda_{DB}(T_0) = \frac{i_{ex}(T_0) d}{D} = 50 \text{ pm}$$

Pour $T_1 = 83 \text{ K}$:

D'après la courbe (b) :

$$i_{ex}(T_1) = \frac{10}{1.5} = 6.67 \mu\text{m}$$

$$\lambda_{DB}(T_1) = \frac{i_{ex}(T_1) d}{D} = 83.4 \text{ pm}$$

➡ Lorsque la température T augmente, la longueur d'onde de de Broglie λ_{DB} diminue, ce qui est en accord avec la relation :

$$\lambda_{DB} = \frac{h}{\sqrt{3mk_B T}}$$

1.3.9. L'interfrange vérifie :

$$i = \frac{\lambda_{DB} D}{d}$$

Comme :

$$\lambda_{DB} \propto \frac{1}{\sqrt{T}}$$

Une diminution de la température entraîne une augmentation de λ_{DB} , donc une augmentation de l'interfrange.

Par conséquent :

$$i_{ex}(T_0 = 295) < i_{ex}(T_1 = 83)$$

1.3.10. Le nombre d'atomes détectés n'est jamais nul. Cela s'explique par la largeur finie du détecteur, de l'ordre de $2 \mu\text{m}$, tandis que l'interfrange est estimée à environ $6 \mu\text{m}$.

Comme la largeur du détecteur n'est pas négligeable devant l'interfrange, un détecteur centré sur une frange sombre capte également des atomes situés au voisinage de cette frange. Le nombre d'atomes mesurés reste donc minimal, mais non nul.

1.3.11. Facteurs limitant la visibilité des interférences :

- Manque de cohérence du faisceau ;
- Dispersion des vitesses ;
- Résolution limitée du détecteur ;
- Collisions et bruit expérimental.

- 1.3.12. Un simple four produit un faisceau non collimaté (faisceau dans toutes les directions) et avec une grande dispersion de vitesses (He étant l'un des gaz les plus légers) , les longueurs d'onde de de Broglie λ_{DB} ne sont donc pas bien définies, ce qui détruit les interférences

✎ **Partie II : Les molécules d'Hélium He_2 et He_3**

2.1. Longueur d'onde associé à chaque jet d'atome :

D'après la relation de De Broglie :

$$\lambda = \frac{h}{mv}$$

A.N

$$\lambda(He) \approx 230,5 \text{ pm}$$

$$\lambda(He_2) \approx \frac{\lambda(He)}{2} \approx 115,2 \text{ pm}$$

$$\lambda(He_3) = \frac{\lambda(He)}{2} \approx 76,8 \text{ pm}$$

2.2. Condition d'interférences constructives :

$$\delta = d \sin \theta = m\lambda \quad \text{avec} \quad m \in \mathbb{Z}$$

2.3. Angle $\theta_1(He)$ pour le premier ordre de diffraction :

Pour $m = 1$, on a :

$$\theta_1(He) = \arcsin \left(\frac{\lambda}{d} \right)$$

A.N

$$\theta_1(He) \approx \arcsin \left(\frac{230,5 \cdot 10^{-3}}{200} \right) = 1,15 \cdot 10^{-3} \text{ rad}$$

2.1. La figure expérimentale donne un premier pic vers :

$$\theta_{1,\text{exp}} \approx 1,16 \times 10^{-3} \text{ rad}$$

ce qui est en accord avec le calcul théorique.

2.1. Mise en évidence de l'existence des molécules He_2 et He_3

Les molécules He_2 et He_3 ont des longueurs d'onde plus petites que He, donc leurs pics apparaissent à des angles plus faibles. Les petits pics supplémentaires visibles sur la figure 2-8 prouvent leur présence.

"Apprendre d'hier, vivre pour aujourd'hui, espérer pour demain." **Albert Einstein**

***** **Fin** *****