

ⵜⴰⴳⴷⴰⵢⵜ ⵏ ⵎⵓⵔ
ⵜⴰⴷⵓⵏⵉⵙⵜ ⵏ ⵉⵎⵎⵓⵔ ⵏ ⵉⵎⵎⵓⵔ
ⵏ ⵉⵎⵎⵓⵔ ⵏ ⵉⵎⵎⵓⵔ



المملكة المغربية
وزارة التعليم العالي
والبحث العلمي والابتكار

Royaume du Maroc
Ministère de l'Enseignement Supérieur,
de la Recherche Scientifique et de l'Innovation



CONCOURS NATIONAL COMMUN

d'Admission dans les Établissements de Formation d'Ingénieurs et
Établissements Assimilés

Session 2026

Épreuve de : **Physique II**

Filières : MP

Date : **18-05-2026** Durée **4 Heures** de **08H00 à 12H00**

Cette épreuve comporte **6 pages** au format A4 en plus de cette page de garde.

IMPORTANT

L'usage de tout document et de tout matériel électronique ou informatique (autre que la calculatrice qui doit être en mode examen) est interdit durant cette épreuve.

- On veillera à une présentation et une rédaction claires et soignées des copies. Il convient en particulier de rappeler avec précision les références des questions abordées.
- Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant clairement les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.
- Toutes les réponses devront être très soigneusement justifiées.
- Si un résultat donné par l'énoncé est non démontré, il peut néanmoins être admis pour les questions suivantes. Ainsi, les diverses parties de l'épreuve sont relativement indépendantes entre elles.

Le sujet est composé de deux parties indépendantes. La partie 1 est notée sur 4 points, la partie 2 sur 16 points.

Partie 1 : Mesure d'une distance focale par la méthode de BESSEL

On donne la relation de conjugaison d'une lentille de centre O , de distance focale f' , conjuguant un objet AB et son image $A'B'$: $\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{f'}$.

On dispose d'une lentille mince convergente (L) dont on cherche à mesurer la distance focale f' . Un objet réel lumineux AB et un écran (E) sont fixes et distants de D sur un banc optique. L'objet réel AB est situé, à une position prise comme origine de l'axe (Oz), à une distance variable z de la lentille que l'on peut déplacer entre l'objet et l'écran (figure 1-1). On suppose les conditions de GAUSS vérifiées.

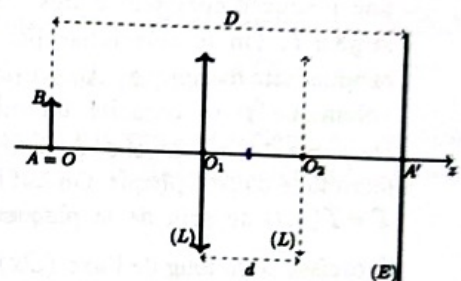


Figure 1-1 : Méthode de BESSEL.

1. Construire l'image réelle $A'B'$ donnée par la lentille dans la position O_1 .
2. À partir de la relation de conjugaison de la lentille, établir l'équation du second degré liant z , D et f' .
3. Montrer qu'il existe deux positions, O_1 et O_2 , de la lentille pour lesquelles on obtient une image réelle $A'B'$ nette sur l'écran si et seulement si $D > D_0$, exprimer D_0 .
4. On note z_1 et z_2 les deux solutions de l'équation obtenue dans la question 2. Exprimer la distance $d = z_2 - z_1$ séparant les deux positions précédentes de la lentille. En déduire que la distance focale image de la lentille f' est donnée par :

$$f' = \frac{D^2 - d^2}{4D}$$

5. Montrer que les deux positions de la lentille sont symétriques par rapport au milieu de AA' .
6. Exprimer les grandissements obtenus pour les deux positions de la lentille. Comparer la taille des images dans les deux cas.
7. Citer une autre méthode pour déterminer la distance focale d'une lentille convergente.

Partie 2 : Mesure d'une diffusivité thermique.

La diffusivité thermique est une propriété physique spécifique d'un matériau en lien avec sa capacité continue à transmettre de la chaleur d'un point à un autre de ce matériau. Cette propriété décrit comment un matériau réagit rapidement à un changement en température et elle dépend de la capacité du matériau à conduire et à accumuler la chaleur.

En pratique, la diffusivité thermique est mesurée pour accroître la connaissance des propriétés d'un matériau, dans le but de l'améliorer vis-à-vis d'une application spécifique ou pour pouvoir calculer les champs thermiques dans des systèmes plus ou moins complexes dont il est un des constituants.

Ce sujet étudie la conduction thermique dans une plaque et présente la méthode flash pour la mesure de la diffusivité thermique d'un matériau solide.

Données :

- Conductivité thermique du Dural : $\lambda_{du} = 147 \text{ SI}$;
- Masse volumique du Dural : $\rho_{du} = 2,8 \cdot 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$;
- Capacité thermique massique du Dural : $c_{du} = 880 \text{ J.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$;
- Constante de STEFAN : $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-4}$;
- Loi de FOURIER pour la conduction thermique : $\vec{j}_F(x,t) = -\lambda \overrightarrow{\text{grad}}(T(x,t))$;
- Loi de NEWTON pour le transfert thermique conducto-convectif entre un solide et un fluide : $\varphi_N = h(T - T_f)$;
- Loi de STEFAN pour le rayonnement thermique : $\varphi_S = \sigma T^4$.

L'espace est rapporté, en coordonnées cartésiennes, au repère orthonormé direct (O, x, y, z) de base $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$.

On modélise un matériau solide, homogène et isotrope par une plaque d'épaisseur e très inférieure à sa longueur L et à sa largeur l . On le caractérise par ses grandeurs thermophysiques, conductivité thermique λ , diffusivité thermique D , masse volumique ρ et capacité thermique massique c , uniformes et constantes. On cherche à étudier le phénomène de diffusion thermique dans la plaque. On fait l'hypothèse que la température

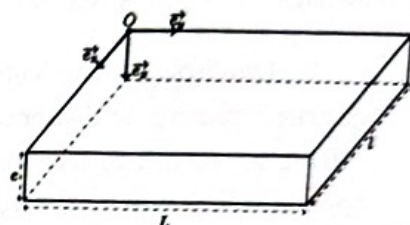


Figure 2-1 : Plaque solide.

$T = T(x,t)$ au sein de la plaque est uniforme sur une section droite de la plaque et ne dépend que de l'abscisse x le long de l'axe (Ox) , orienté par $\vec{e}_x$ avec l'origine au point O , et du temps t (figure 2-1). On note $\vec{j}_F(x,t) = j_F(x,t)\vec{e}_x$ le vecteur densité de courant thermique de conduction.

On néglige les pertes thermiques à travers la surface latérale de la plaque.

1. Conduction thermique dans la plaque

On suppose l'absence de toute source d'énergie dans le milieu étudié durant la diffusion thermique.

- 1.1. Donner les unités de $\vec{j}_F$ et λ .
- 1.2. De quel(s) paramètre(s) physique(s) peut dépendre λ ?
- 1.3. Exprimer la puissance thermique P_F qui traverse, à l'abscisse x , une section droite de la plaque.
- 1.4. À partir du premier principe de la thermodynamique, écrire le bilan des transferts thermiques pour la tranche de la plaque, de surface $S = ll$, comprise entre les sections x et $x + dx$, entre les instants t et $t + dt$ et établir la relation entre les variations temporelles $\frac{\partial u(x,t)}{\partial t}$ de l'énergie interne volumique $u(x,t)$ de la tige et les variations spatiales $\frac{\partial j_m(x,t)}{\partial x}$ du vecteur $\vec{j}_m(x,t)$.

- 1.5. Donner l'expression de l'énergie interne volumique $u(x,t)$. On introduira éventuellement une constante additive u_0 .

- 1.6. Montrer que la température $T(x,t)$ est régie par l'équation de la diffusion thermique :

$$\frac{\partial^2 T(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{D} \frac{\partial T(x,t)}{\partial t}$$

Donner l'expression de la diffusivité thermique D en fonction de ρ , c et λ . Préciser la dimension et l'unité de D .

- 1.7. On suppose que $T(x,t=0) = T_0$. Préciser la forme de la solution particulière $T(t)$ de l'équation de diffusion thermique établie dans la question 1.6.

- 1.8. On suppose que $T(x=0,t)=T_0$ et $T(x=e,t)=T_e$. Préciser la forme de la solution particulière $T(x)$ de l'équation de diffusion thermique établie dans la question 1.6.
- 1.9. On souhaite estimer l'ordre de grandeur de la durée caractéristique τ_c d'évolution de la température de la plaque, sur la distance e , lorsqu'elle est plongée dans l'air avec lequel elle échange de l'énergie selon l'un des modes de transfert thermique, conduction, conducto-convection ou rayonnement. Pour estimer τ_c , on considère que la plaque de température moyenne T_0 est plongée dans l'air de température $T_a = T_0 - \Delta T$, avec $\Delta T \ll T_0$. Afin de simplifier, on s'intéresse dans cette question à l'étude de l'échange thermique de la plaque, de volume, $V = lLe$, avec l'air à travers la section extérieure ($x = e$), le reste de la barre est supposé thermiquement calorifugé.
- 1.9.1. On note $\tau_c = \tau_F$ le temps caractéristique d'évolution de la température de la plaque par conduction sur la distance e . En traduisant en terme d'ordre de grandeur l'équation 1.6 à partir des grandeurs élémentaires typiques, estimer, en fonction de ρ , c , λ et e , la durée caractéristique τ_F des échanges par conduction.
- 1.9.2. La plaque, considérée à chaque instant comme isotherme à la température $T(t)$, échange de l'énergie thermique avec l'air uniquement par transfert conducto-convectif régi par la loi de NEWTON. On note h le coefficient de transfert conducto-convectif. Appliquer le premier principe de la thermodynamique à la plaque entre deux instants voisins, t et $t+dt$ et montrer que la durée caractéristique $\tau_c = \tau_N$ des échanges conducto-convectifs est donnée par $\tau_N = \frac{\rho c e}{h}$.
- 1.9.3. La plaque échange de l'énergie thermique avec l'air uniquement par transfert radiatif régi par la loi de STEFAN. En supposant la température de la plaque proche de T_a , la durée caractéristique $\tau_c = \tau_S$ des échanges par rayonnement peut être estimée par l'expression :
- $$\tau_S = \frac{1}{4\sigma} \rho^{n_1} c^{n_2} e^{n_3} T_a^{n_4}$$
- où n_1 , n_2 , n_3 , et n_4 sont des nombres entiers. Déterminer l'expression de τ_S par analyse dimensionnelle.
- 1.9.4. Calculer numériquement τ_F , τ_N et τ_S pour le Dural, alliage d'aluminium et de cuivre. On donne : $T_a = 300K$, $h = 5W.K^{-1}.m^{-2}$ et $e = 1,0cm$.
- 1.9.5. Que peut-on dire des durées caractéristiques d'évolution de la température de la plaque selon le mode de transfert thermique ? Quelle hypothèse est-il légitime de faire ici ?

2. Mesure de la diffusivité thermique par la méthode flash

La figure 2.2 illustre le principe de la mesure de la diffusivité thermique d'un matériau solide opaque, homogène et isotrope par la méthode flash (éclair), développée par PARKER en 1961. Celle-ci consiste à soumettre la face avant d'un échantillon du solide à une impulsion thermique (délivrée par une lampe flash ou un laser) dont la durée doit être faible devant le temps caractéristique de la mesure, et à observer, à l'aide d'un capteur thermique, l'évolution temporelle de la température (appelée thermogramme) sur la face arrière. L'analyse du thermogramme permet de déduire la diffusivité thermique de l'échantillon.

L'échantillon, supposé indilatable et indéformable, a la forme d'une plaque à faces parallèles limitée par les plans $x=0$ et $x=e$ (figures 2-1 et 2-3), de surface $S = lL$, d'épaisseur uniforme e , et de grandeurs thermophysiques, λ , D , ρ et c , uniformes et constantes. Sa température intérieure initiale vaut T_0 , température de l'extérieur. L'échantillon est chauffé uniformément à l'instant initial, $t=0$, par une impulsion thermique (figure 2-4) de très courte durée t_0 sur sa face avant. Dans ces conditions, l'énergie

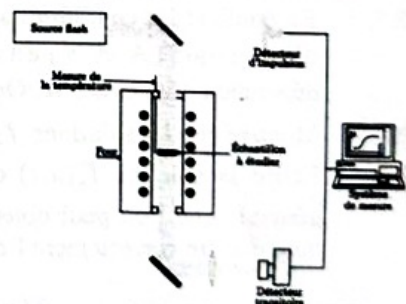


Figure 2.2 : Schéma de principe d'un diffusivimètre flash-laser.

d'excitation apportée par cette impulsion, $Q = \Phi_0 t_0$, va diffuser par conduction au sein du matériau parallèlement à l'axe (Ox) : $\vec{j}_{th}(x, t) = j_{th}(x, t)\vec{e}_x$ et la température $T(x, t)$ dépend de x et de t .

L'expérience étant réalisée en un temps suffisamment court, les pertes thermiques convectives et par rayonnement sont supposées négligeables sur toutes les faces. On suppose ainsi que les deux faces, avant et arrière de l'échantillon, sont thermiquement isolées.

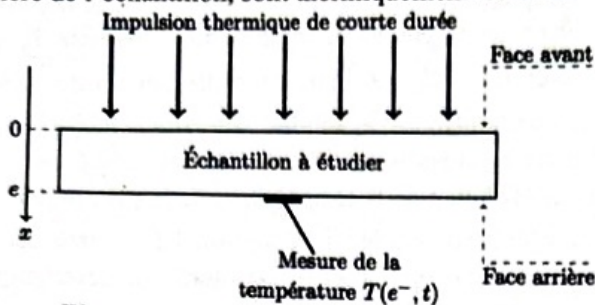


Figure 2-3 : Principe de la méthode flash.

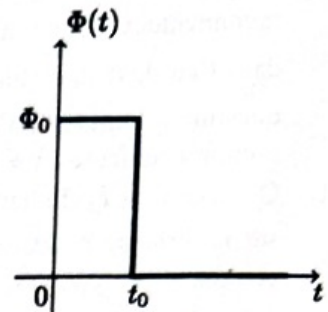


Figure 2-4 : Impulsion d'énergie rayonnante.

Au sein de l'échantillon ($0 < x < e$), la température $T(x, t)$ est régie par l'équation de la diffusion thermique établie dans la question 1.6. On se propose de chercher la réponse en température à l'impulsion thermique à une profondeur x de l'échantillon par la méthode de séparation de variables : $T(x, t) = T_0' + f(t)g(x)$, $f(t)$ étant une fonction qui dépend de t et $g(x)$ de x . T_0' est une constante.

- 2.1. L'excitation thermique de courte durée est générée par une source lumineuse fonctionnant à la longueur d'onde $\lambda_0 = 1054 \text{ nm}$. À quel domaine spectral correspond cette longueur d'onde ?
- 2.2. Justifier la recherche d'une solution sous la forme : $T(x, t) = T_0' + f(t)g(x)$.
- 2.3. Montrer que $f(t)$ obéit nécessairement à l'équation différentielle : $\frac{df(t)}{dt} + \frac{f(t)}{\tau} = 0$, où τ est une constante réelle positive homogène à un temps. Expliciter la solution $f(t)$ et justifier le signe de τ .
- 2.4. Déterminer l'équation différentielle vérifiée par $g(x)$. On introduira une constante k réelle positive, homogène à l'inverse d'une longueur.
- 2.5. On impose les conditions $j_{th}(x = 0^+, t) = 0$ et $j_{th}(x = e^-, t) = 0$. En déduire les conditions vérifiées par $\left(\frac{dg}{dx}\right)_{x=0^+}$ et $\left(\frac{dg}{dx}\right)_{x=e^-}$.
- 2.6. Donner la forme générale de la solution de l'équation différentielle vérifiée par $g(x)$. On introduira deux constantes qu'on notera A et B .
- 2.7. En étudiant les conditions aux limites en $x = 0$ et en $x = e$, montrer que l'une des deux constantes d'intégration (A et B) est nulle. Montrer que la constante k ne peut prendre que certaines valeurs dépendant d'un entier n . On exprimera k_n en fonction de n et e .
- 2.8. Montrer que les solutions $f(t)$ dépendent du même entier n .
- 2.9. Écrire la solution $T_n(x, t)$ correspondant à l'entier n , et expliquer pourquoi la solution la plus générale que l'on peut obtenir par la méthode de séparation des variables et qui pourrait convenir pour décrire correctement l'évolution de la température dans l'échantillon solide est donnée par :

$$T(x, t) = T_0' + \sum_{n=1}^{+\infty} A_n \cos\left(2n\pi \frac{x}{\Lambda}\right) \exp\left(-\frac{t}{\tau_n}\right)$$

où A_n est une constante que l'on ne cherchera pas à déterminer. Exprimer τ_n et Λ .

On émet l'hypothèse que si l'impulsion d'énergie surfacique q émise par le flash est instantanément et uniformément absorbée dans une épaisseur ε , a priori très faible, située à la surface avant $x = 0$ de l'échantillon thermiquement isolé, la température subira une élévation instantanée $\Delta T_0 = \frac{q}{\rho c \varepsilon}$ et la distribution de température initiale pourra être donnée par :

$$T(x,0) = \begin{cases} T_0 + \frac{q}{\rho c e} & \text{pour } 0 < x < e \\ T_0 & \text{pour } e < x < e \end{cases}$$

Si la distribution initiale de température à l'intérieur d'un solide thermiquement isolé, d'épaisseur uniforme e , est notée $T(x,0)$, la distribution de température pour $t > 0$ et $0 < x < e$, est donnée par la formule suivante :

$$T(x,t) = \frac{1}{e} \int_0^e T(x,0) dx + \frac{2}{e} \sum_{n=1}^{+\infty} \cos(k_n x) \exp\left(-\frac{t}{\tau_n}\right) \int_0^e T(x,0) \cos(k_n x) dx$$

- 2.10. En introduisant la condition initiale $T(x,0)$ dans la formule précédente, montrer que la température de l'échantillon recevant l'impulsion thermique est donnée par :

$$T(x,t) = T_0 + \frac{q}{\rho c e} \left(1 + 2 \sum_{n=1}^{+\infty} \sin c(k_n e) \cos(k_n x) \exp\left(-\frac{t}{\tau_n}\right) \right) \text{ avec } \sin c(k_n e) = \frac{\sin(k_n e)}{k_n e}.$$

- 2.11. L'épaisseur e est très petite pour un matériau opaque, donner une expression approchée de la température $T(x,t)$.
- 2.12. Déterminer la température maximale T_m de l'échantillon obtenue pour des temps infiniment longs. Commenter.

On introduit la température adimensionnée définie par $u(x,t) = \frac{T(x,t) - T_0}{T_m - T_0}$.

- 2.13. Comparer les constantes de temps τ_n des différents harmoniques de $u(x,t)$. Conclure.
- 2.14. Exprimer les températures adimensionnées $u(x=0^+,t)$ et $u(x=e^-,t)$ respectivement en face avant ($x=0^+$) et en face arrière ($x=e^-$). Calculer les limites de $T(x=0^+,t)$ et $T(x=e^-,t)$ pour $t \rightarrow 0^+$ et $t \rightarrow +\infty$. Commenter.
- 2.15. On crée un code *Python* d'une fonction qui représente les deux températures adimensionnées $u(x=0^+,t)$ et $u(x=e^-,t)$. Compléter le code *Python* fourni ci-après permettant de tracer les deux représentations graphiques, qui illustrent les réponses en température sur les faces avant et arrière de l'échantillon, à l'impulsion flash sur la face avant. On donnera les lignes manquantes.

```

1 import numpy as np
2 import matplotlib.pyplot as plt
3 # Paramètres
4 e=10 #épaisseur de la plaque en mm
5 T=1 #durée de l'expérience en s
6 dt=0.01 #en s
7 Diff=57 #diffusivité thermique
8 # Domaine
9 tps=np.arange(0,T,dt)
10 # Fonctions à tracer pour n= 1..1000
11 # À compléter : expression de u(0,t)
12 ...
13 # À compléter... l'expression de u(e,t)
14 ...
15 # Tracé des courbes
16 plt.plot(tps,u_0,'b', label='u(0,t)') #solution en face d'entrée
17 plt.plot(tps,u_e,'r--', label='u(e,t)') #solution en face de sortie
18 plt.axis([0,T,0,5])
19 plt.xlabel('t(s)',fontsize=14)
20 plt.ylabel('Température adimensionnée',fontsize=14)
21 plt.legend(loc='upper right', frameon=False)
22 plt.show()
```

La figure 2-5 donne la représentation graphique analytique exacte de la température adimensionnée $u(x=e^-,t)$ ainsi que celle de la température adimensionnée approchée $u_1(x=e^-,t)$ obtenue en ne conservant que le terme fondamental ($n=1$) de la série donnant $u(x,t)$.

- 2.16. Commenter les deux tracés des températures adimensionnées $u(x=e^-,t)$ et $u_1(x=e^-,t)$ donnés par la figure 2-5 et conclure.

- 2.17. En ne gardant que le premier terme, $u_1(x=e^-,t)$, déterminer le temps $t_{1/2}$ nécessaire pour que la face arrière de l'échantillon atteigne la moitié de la température maximale. En déduire l'expression de la diffusivité du matériau D . Commenter.

Des mesures de diffusivité en face arrière ont été réalisées sur une plaque de Dural, de surface $S = 0,010\text{m}^2$ et d'épaisseur $e = 1,0\text{cm}$, illuminée par une impulsion thermique.

- 2.18. La plaque a été testée avec et sans revêtement de noir de carbone en face avant (figure 2.6). Pour chaque essai, deux thermogrammes sont présentés : la température d'un pixel unique (courbe grise) et celle de la moyenne d'une zone circulaire centrale de 26 pixels, centrée sur ce pixel. Commenter les deux thermogrammes obtenus.

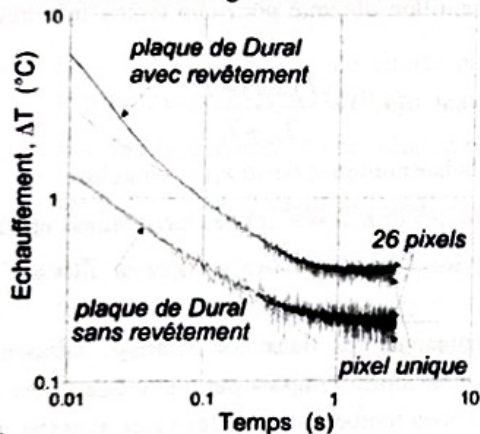


Figure 2-6 : Thermogramme d'une plaque de Dural en face avant, avec et sans revêtement de noir de carbone (pixel unique et moyenne de 26 pixels).

- 2.19. La figure 2-7 donne le thermogramme de la plaque de Dural en face arrière. À partir de ce thermogramme, estimer la diffusivité D_{du} du Dural.

- 2.20. Calculer la conductivité thermique λ_{du} du Dural. Comparer à la valeur que l'on trouve dans la littérature, $\lambda_{du} = 147\text{W/m.K}$.

L'échantillon reçoit, en $x = 0$, l'énergie d'excitation Q apportée à l'instant initial par l'impulsion thermique. Dans les conditions expérimentales, cette énergie doit se conserver.

- 2.21. Que représente la quantité $\rho c(T(x,t) - T_0)$?

- 2.22. En l'absence de pertes, appliquer le premier principe de la thermodynamique à l'échantillon entre le début et la fin de l'expérience et estimer la valeur de l'énergie d'excitation Q .

- 2.23. Citer deux difficultés de la méthode flash pour mesurer la diffusivité thermique.

- 2.24. Quelle pourrait être l'allure de $T(x,t)$ pour un temps d'enregistrement suffisamment grand et si l'on tient compte des pertes thermiques ?

- 2.25. Citer une méthode pour déterminer la conductivité thermique d'un fluide.

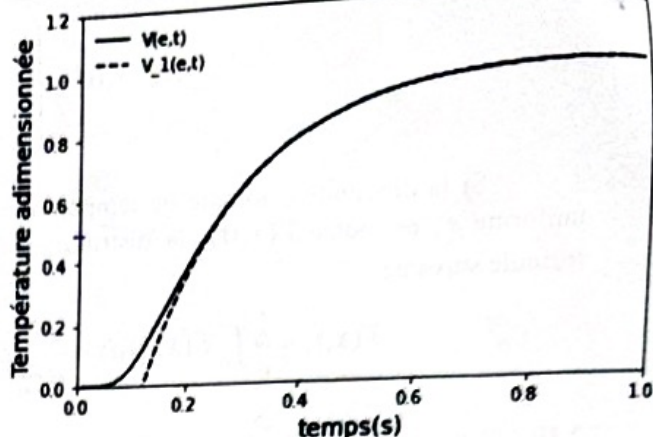


Figure 2-5 : Représentation graphique de $u(x=e^-,t)$ et de $u_1(x=e^-,t)$.

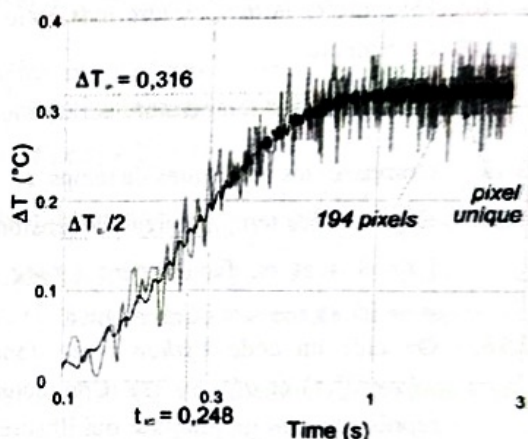


Figure 2-7 : Thermogramme d'une plaque de Dural en face arrière (pixel unique et moyenne de 194 pixels).

Source : Thickness or diffusivity measurements from front-face flash experiments using the TSR (thermographic signal reconstruction) approach by Daniel L. Balageas