

ECOLE POLYTECHNIQUE
ULM
ENS PARIS-SACLAY
ENS LYON
ENS RENNES
ESPCI

CONCOURS D'ADMISSION 2026

Composition de Physique, Filière MP

Résumé du sujet

Le problème proposait une étude progressive des ondes mécaniques dans une plaque élastique d'épaisseur finie. La démarche générale consistait à partir d'un modèle microscopique simple, une chaîne puis un réseau de masses reliées par des ressorts, pour construire un modèle continu, avant d'en déduire les propriétés d'ondes de compression puis d'ondes de flexion.

La première partie établissait, par une approche énergétique, la relation de dispersion d'une onde longitudinale de compression dans un milieu unidimensionnel. Elle demandait de passer d'une somme discrète d'énergies élastiques à une intégrale continue, puis d'identifier l'équation d'onde associée.

La deuxième partie étendait cette modélisation à une plaque comprimée de façon homogène. L'objectif était de dénombrer correctement les ressorts effectivement sollicités, d'exprimer l'énergie élastique de compression et d'introduire une raideur linéique $K = \kappa/a$.

La troisième partie introduisait la flexion d'une tranche de plaque. Les candidats devaient interpréter géométriquement le rayon de courbure, relier l'allongement d'une fibre à sa distance à la fibre neutre, puis intégrer l'énergie élastique sur l'épaisseur de la plaque.

La quatrième partie constituait le cœur physique du sujet : à partir d'une déformation transverse sinusoïdale $Z(x,t)$, il fallait obtenir l'énergie potentielle de flexion, l'énergie cinétique, la relation de dispersion des ondes de flexion et l'équation aux dérivées partielles correspondante. Cette partie mettait en évidence le caractère dispersif de ces ondes, la vitesse de groupe étant égale au double de la vitesse de phase.

La cinquième partie proposait plusieurs applications : modes propres d'un anneau modélisant une flûte à champagne, ordre de grandeur des ondes sismiques, puis propagation d'un signal large bande dans un lac gelé à partir d'un diagramme temps-fréquence.

La dernière partie portait sur la vibrométrie laser. Elle associait interférences, déphasage optique, effet Doppler, modulation de fréquence et filtrage électrocinétique afin d'expliquer comment un vibromètre peut mesurer l'amplitude puis la vitesse de vibration d'une plaque.

Appréciation générale

Le sujet était long, mais construit de manière très progressive. Les premières questions guidaient explicitement la mise en place du modèle ; les parties ultérieures réutilisaient les résultats établis précédemment. Les candidats qui ont lu attentivement l'énoncé, respecté les notations et conservé une rédaction claire ont pu avancer dans un nombre important de questions, même sans traiter l'intégralité du problème.

L'épreuve valorisait les qualités classiques attendues en physique : homogénéité dimensionnelle, passage raisonné du discret au continu, interprétation géométrique, maîtrise des ondes, lecture de graphes et capacité à relier un modèle à une application expérimentale. Elle pénalisait en revanche fortement les calculs formels non contrôlés, les changements de notation, les réponses obtenues par ajustement au résultat attendu et les commentaires physiques vagues.

Les meilleures copies ont souvent été celles qui annonçaient brièvement la méthode avant de calculer, distinguaient les grandeurs géométriques, mécaniques et optiques, et vérifiaient systématiquement les dimensions des expressions obtenues. À l'inverse, de nombreuses copies ont perdu des points sur des erreurs élémentaires : confusion entre pulsation et fréquence, dérivée spatiale mal identifiée, intégrale écrite avec un élément différentiel incohérent, ou encore lecture trop rapide d'un diagramme temps-fréquence.

Points transversaux relevés dans les copies

Point d'attention	Commentaire du jury
Passage du discret au continu	Le nombre de masses ou de ressorts ne se traite pas « à une particule près » dans le régime continu. Il fallait faire apparaître les grandeurs extensives pertinentes, par exemple un facteur de volume ou de surface, et non conserver des termes de bord du type $L/a + 1$ lorsqu'ils sont négligeables.
Notations	Les notations κ , k et K ont été fréquemment confondues. κ désignait la raideur d'un ressort, k le nombre d'onde, et $K = \kappa/a$ la raideur par unité de longueur. Ces confusions ont entraîné des expressions dimensionnellement fausses.
Éléments différentiels	Des écritures comme dE_p sans élément d'intégration, ou des intégrales contenant dr^2 ou dr^3 à la place de dr , ont été observées. Une énergie élémentaire doit être associée à un volume ou une épaisseur élémentaire clairement identifié.
Homogénéité	Plusieurs erreurs auraient pu être détectées par une vérification dimensionnelle immédiate, notamment dans les expressions d'énergie, de fréquence et de relation de dispersion.

Lecture des graphes	La lecture qualitative du diagramme temps-fréquence a été difficile pour beaucoup de candidats. Une décroissance apparente ne suffit pas à conclure à une loi exponentielle ou à une loi de puissance.
Rédaction et présentation	Des écritures très petites, des réponses mal numérotées ou des notations changeantes compliquent la correction et masquent parfois des raisonnements corrects. Le jury rappelle l'importance d'une présentation lisible et structurée.

Analyse détaillée par parties

I. Préambule : onde de compression unidimensionnelle

Cette partie avait pour but d'installer la méthode énergétique et le passage au modèle continu. L'énergie d'un ressort était généralement connue, mais l'expression de l'énergie sur une longueur d'onde a souvent été écrite sans préciser clairement quels ressorts étaient sommés.

La principale difficulté consistait dans le passage des variables discrètes à une description continue. Certaines copies se sont appuyées avec succès sur les sommes de Riemann. Cet arsenal mathématique n'était pas nécessaire, mais une attention particulière était indispensable pour bien introduire l'élément différentiel.

La relation $\delta/a = \partial u / \partial x$ était un point important. Elle signifie qu'un déplacement uniforme ne comprime aucun ressort : c'est la variation spatiale du déplacement, et non le déplacement lui-même, qui mesure la déformation. Cette idée a été insuffisamment explicitée dans un nombre significatif de copies.

L'énergie cinétique devait être écrite avec une densité linéique de masse cohérente avec le modèle. Les candidats qui confondaient masse d'une molécule, masse linéique et masse volumique obtenaient ensuite une célérité c mal dimensionnée.

La question sur l'équation d'onde demandait de relier une relation de dispersion à une équation différentielle linéaire. Les meilleurs raisonnements remplaçaient proprement ω^2 et k^2 par les opérateurs temporel et spatial correspondants.

II. Énergie élastique pour une plaque en compression homogène

Le déplacement demandé à la question 7 était une fonction affine de x : la compression était homogène et l'énoncé donnait en substance une dérivée constante du déplacement. Le jury a pourtant rencontré des courbes présentant une courbure ou des déplacements inutilement compliqués.

Le dénombrement des ressorts comprimés a posé difficulté. Dans le passage au continu, il fallait retenir le nombre de chaînes suivant x multiplié par le nombre de ressorts par chaîne, ce qui conduit à une dépendance extensive en el/a^3 . Les termes de bord n'étaient pas pertinents au niveau d'approximation demandé.

Certains candidats ont manifestement ajusté la valeur de N à la question 8 afin de retrouver le résultat annoncé à la question 9. Cette pratique est pénalisée : un résultat fourni par l'énoncé doit servir de guide, non de justification a posteriori d'un dénombrement incorrect.

III. Flexion

Cette partie reposait sur une interprétation géométrique simple mais exigeante. Le rayon de courbure RC n'était ni une distance critique, ni un bras de levier, ni une distance caractéristique de torsion : c'était le rayon de la fibre neutre assimilée localement à un arc de cercle. La relation géométrique attendue était $L = RC \theta$.

L'allongement d'une fibre située à la distance algébrique r de la fibre neutre devait être relié à la différence de longueur entre deux arcs de cercle. Le signe de r avait un sens physique : extension d'un côté, compression de l'autre.

L'intégration sur l'épaisseur a été l'un des passages les plus discriminants. L'élément étudié possède une épaisseur dr et une largeur l ; l'énergie élémentaire devait donc être proportionnelle à dr . Des intégrales contenant dr^2 ou dr^3 , ou un élément différentiel absent, ne peuvent pas être acceptées. Une vérification qualitative de certains cas limites simples ($dE_p(r) = 0$ pour la fibre neutre en $r=0$) permettait d'identifier des erreurs faciles à éviter.

IV. Relation de dispersion des ondes de flexion

Les candidats devaient passer de la courbure géométrique locale à une énergie élastique dépendant de $(\partial^2 Z / \partial x^2)^2$. Cette dépendance en dérivée seconde était essentielle : elle distingue l'onde de flexion de l'onde de compression.

La relation de dispersion $12\omega^2 = e^2 c^2 k^4$ implique une onde dispersive. Les commentaires attendus portaient sur la dépendance de la vitesse de phase et de la vitesse de groupe avec la fréquence, ainsi que sur la déformation d'un paquet d'ondes au cours de la propagation.

À la question 20, plusieurs copies ont proposé une équation non linéaire contenant par exemple $(\partial^2 Z / \partial x^2)^2$ au lieu d'un terme en $\partial^4 Z / \partial x^4$. Or la relation de dispersion impose une équation linéaire d'ordre quatre en espace. Le passage de k^4 à une dérivée quatrième devait être maîtrisé.

V. Applications

Pour la flûte à champagne, la condition périodique sur l'anneau imposait une quantification du nombre d'onde. Le second mode représenté dans l'énoncé devait être correctement relié à la géométrie du cylindre. Les erreurs de conversion entre pulsation et fréquence temporelle ont été nombreuses : la relation $f = \omega / (2\pi)$ devait être utilisée sans ambiguïté.

Dans l'application aux séismes, le jury attendait un raisonnement d'ordre de grandeur et une discussion physique, non une application numérique isolée. La distinction entre vitesse de phase et vitesse de groupe était indispensable pour donner un sens à une vitesse de propagation d'un signal ou d'un paquet d'ondes.

La partie sur le lac gelé demandait de commenter le diagramme temps-fréquence. Beaucoup de candidats ont eu du mal à l'interpréter. Il fallait voir que les hautes fréquences et les basses fréquences n'arrivent pas de la même manière, conséquence directe de la dispersion. En revanche, la forme d'une « hyperbole » sur la figure ne permettait pas d'affirmer sans justification une décroissance exponentielle ou une loi en $1/t^\alpha$.

On rappelle qu'un milieu peut être dispersif sans être dissipatif. Une diminution de l'intensité n'est pas nécessairement liée à une dissipation, mais à la répartition du signal dans un volume de plus en plus grand.

VI. Vibrométrie laser

Cette dernière partie était plus longue et combinait optique ondulatoire, effet Doppler et électronique. Les questions d'interférences demandaient de suivre soigneusement les trajets optiques et les séparatrices. Les amplitudes ne devaient pas être traitées comme si chaque réflexion conservait l'amplitude initiale.

La sensibilité de la mesure d'amplitude reposait sur le choix du point de fonctionnement de l'interféromètre. Les réponses qualitatives étaient recevables lorsqu'elles identifiaient correctement le réglage maximisant la pente de la réponse en phase.

Plusieurs copies ont été surprises d'obtenir, par superposition linéaire de deux ondes, une amplitude ou une intensité résultante importante. Il fallait distinguer amplitude de champ et intensité, et se souvenir que l'interférence constructive peut doubler l'amplitude du champ lorsque les amplitudes sont égales, ce qui quadruple l'intensité par rapport à une seule onde de même amplitude.

L'effet Doppler à la réflexion sur un miroir mobile introduisait un décalage proportionnel à la vitesse. La fin du sujet insistait sur le principe de modulation de fréquence : il ne s'agissait pas d'une modulation d'amplitude. La confusion entre ces deux notions a été fréquente, notamment dans les schémas demandés vers la question 52.

Le montage RC final devait être analysé comme un filtre dérivateur dans le régime approprié. Les valeurs proposées pour R et C devaient être cohérentes avec les fréquences en jeu, et non choisies arbitrairement.

Conseils aux futurs candidats

Lire les notations avant de calculer : Dans ce sujet, κ , k et K désignaient trois grandeurs différentes. Une copie doit respecter strictement les notations de l'énoncé, surtout lorsque les symboles se ressemblent.

Contrôler les dimensions : Un contrôle dimensionnel aurait permis d'éviter de nombreuses erreurs dans les énergies, les relations de dispersion, les fréquences et les intégrales de flexion.

Ne pas ajuster un calcul au résultat attendu : Lorsqu'un résultat est fourni par l'énoncé, il faut montrer clairement comment on l'obtient. Modifier un facteur ou un dénombrement pour tomber sur la formule annoncée est immédiatement repéré.

Distinguer déplacement, déformation et courbure : Le déplacement u ou Z n'est pas la déformation. En compression intervient $\partial u / \partial x$; en flexion intervient la courbure, liée à $\partial^2 Z / \partial x^2$.

Maîtriser les conversions onde/fréquence : La différence entre pulsation ω , fréquence f , nombre d'onde k , vitesse de phase et vitesse de groupe est centrale dans une épreuve sur les ondes.

Commenter les graphes avec prudence : Une observation qualitative doit rester liée à ce que la figure montre réellement. On ne déduit pas une loi mathématique précise d'une simple allure visuelle sans argument supplémentaire.

Soigner la lisibilité : La numérotation des questions, la taille de l'écriture et la clarté des schémas font partie de la communication scientifique. Une bonne présentation facilite la valorisation du raisonnement.