

CONCOURS D'ADMISSION 2026

Composition de Physique, Filière MPI

Présentation du sujet

Le sujet se propose de modéliser plusieurs aspects du projet DART (Double Astéroïde Redirection Test) mené par la NASA dans le cadre de la collaboration internationale AIDA (Asteroid Impact and Deflection Assessment). La finalité de ce projet consiste à tester le concept de déviation d'astéroïdes et ainsi déterminer s'il est possible de détourner la trajectoire d'un astéroïde en y faisant s'écraser un engin spatial. Cette première expérience de défense planétaire a été menée avec succès sur l'astéroïde Dimorphos (160 mètres de diamètre), découvert en 2003 en orbite autour de l'astéroïde Didymos (780 mètres de diamètre). La collision entre l'impacteur et Dimorphos est survenue dans la nuit du 21 au 22 septembre 2022. Le problème s'intéresse plus particulièrement dans la partie I, à caractériser l'orbite de Didymos autour du Soleil à partir de données scientifiques collectées (figure 1), modéliser l'orbite de l'impacteur DART autour du Soleil (Partie II), étudier le principe du fonctionnement du moteur ionique, une voie possible mais non utilisée dans le cas présent pour modifier l'orbite d'un engin spatial (Partie III) et enfin étudier dans la partie IV, l'astéroïde double Didymos-Dimorphos à partir de données scientifiques (Figure 2) et l'effet de l'impact de DART sur celui-ci.

L'épreuve, d'une durée de 4h00, est composée de 35 questions réparties en IV parties, intitulées *Orbite de Didymos autour du Soleil*, *Orbite du DART autour du Soleil*, *Moteur ionique* et enfin *Etude de l'astéroïde double Didymos-Dimorphos et effet de l'impact de DART*. Ces quatre parties comportant respectivement 4, 17, 10 et 4 questions peuvent être traitées de manière totalement indépendante. Le sujet nécessite la mise en application des connaissances acquises pendant les deux années de CPGE dans le domaine de la mécanique du point (parties I, II, et IV) et de l'électrostatique (partie III). Les parties I, II et IV font appel au contenu suivant du programme de MP2I : **Mécanique du point** (mouvement à force centrale dans un champ de gravitation Newtonien, conservation du moment cinétique et de l'énergie mécanique, orbite circulaire, mouvement elliptique, troisième loi de Kepler, étude du mouvement au voisinage d'une position d'équilibre, oscillateur harmonique) et la partie III quant à elle à la **Mécanique du point** (quantité de mouvement, vitesse d'une particule accélérée par une différence de potentiel), l'**Electrostatique** (Etude du condensateur plan, énergie d'une particule chargée dans un champ de potentiel électrique, relation entre champ et potentiel électrique, distributions continues de charges, équation de Poisson) et l'**Electromagnétisme** (principe de conservation de la charge électrique).

L'épreuve présente une progression cohérente et raisonnée des difficultés, permettant de discriminer efficacement les candidat(e)s. Il comporte de nombreuses questions de cours portant sur

différents domaines de la physique vus pendant les deux années de préparation, des questions d'application directes de celui-ci qui n'ont pas posé de problèmes sérieux à de nombreux candidat(e)s et quelques questions plus discriminantes, faisant appel à plus de réflexion et de sens physique (questions 2, 12, 14, 15, 17, 27, 33, 34, 35). Ce sujet, essentiellement théorique et calculatoire, nécessite pour répondre à certaines questions (2, 4, 33, 34) une analyse de documents portant sur deux figures tirées de deux articles scientifiques (*Trajectory options for the DART mission*, J.A. Atchison *et al.*, *Acta Astronautica*, (2016) 123, p330 et *Photometric survey of binary near-Earth asteroids*, P. Pravec *et al.*, *Icarus*, 181, (2006) 63). Les données numériques fournies en début d'énoncé (distance de la Terre au Soleil, r_0 , et vitesse de la Terre sur son orbite, v_0), dans la question 2 (distance minimale de Didymos au Soleil, r_{min}), et dans la question 22 (durée d'un jour en secondes) suffisent pour mener à bien les divers calculs numériques demandés dans le problème sans l'usage de calculatrice.

Au-delà de la simple vérification des connaissances du programme, ce sujet évalue un ensemble de compétences essentielles à la formation scientifique des candidat(e)s. Les différentes parties mobilisent en effet des capacités de modélisation, d'analyse de documents scientifiques, d'interprétation de résultats et d'exploitation de données numériques. Les questions les plus discriminantes ne reposent pas uniquement sur la maîtrise technique des calculs, mais également sur la capacité à mobiliser plusieurs notions de manière simultanée, à développer un raisonnement cohérent et à porter un regard critique sur les résultats obtenus. Le choix du projet DART comme fil conducteur permet d'inscrire les notions classiques de mécanique et d'électrostatique dans le contexte d'une mission spatiale récente et médiatisée. Ce sujet illustre ainsi parfaitement la manière dont les concepts fondamentaux enseignés en CPGE trouvent des applications concrètes dans les problématiques actuelles de recherche et d'ingénierie. Cette contextualisation contribue à donner du sens aux outils théoriques mobilisés tout au long de l'épreuve.

Remarques générales

- Tout résultat doit être accompagné d'une justification physique claire et rigoureuse ; à défaut il n'est pas pris en compte dans l'évaluation.
- Toute application numérique doit être assortie de l'unité correspondante. Une valeur numérique dépourvue d'unité est considérée comme incorrecte.
- Une attention particulière doit être portée à la qualité de la rédaction. La clarté des raisonnements, la présentation de la copie ainsi que le soin apporté à l'orthographe et à l'expression sont pris en compte dans l'appréciation finale.

Commentaire détaillé du sujet

Partie I : Orbite de Didymos autour du Soleil

Q1 : Question de cours classique, globalement bien réussie par les candidat(e)s.

Q2 : Bien qu'aucun schéma ne soit explicitement demandé, sa réalisation facilitait grandement le raisonnement. De nombreuses copies présentent une erreur de représentation de l'orbite elliptique de

Didymos, le Soleil étant placé au centre alors qu'il doit se situer en l'un des foyers. Cette confusion traduit une méconnaissance d'une propriété fondamentale des mouvements képlériens.

Q3 : Cette question reposait sur une application directe de la troisième loi de Kepler. Il suffisait de remarquer que le rapport T^2/a^3 est identique pour tous les corps orbitant autour du Soleil, notamment la Terre et Didymos. Cette approche permettait de s'affranchir de l'utilisation explicite de la masse du Soleil ainsi que de la constante universelle de gravitation dans le calcul demandé.

Q4 : Cette question a été très mal traitée. Une très large majorité des candidat(e)s a déduit de manière erronée une période orbitale de 20 ans à partir de la figure fournie.

Partie II : Orbite de DART autour du Soleil

Q5 : Question d'application directe du cours, globalement bien traitée. Il convenait de rappeler que, pour un mouvement circulaire sous l'effet de la gravitation, la vitesse orbitale est indépendante de la masse du satellite. Son expression ne dépend que de la masse de l'astre attracteur, du rayon de l'orbite, et de la constante universelle de gravitation.

Q6 : Question classique reposant sur l'utilisation du théorème du moment cinétique. La conservation du moment cinétique découle du fait que la force appliquée pour changer la trajectoire est orientée dans la direction du Soleil.

Q7 : Question particulièrement discriminante. Peu de candidat(e)s ont identifié que l'impulsion supposée brève, modifie instantanément la vitesse du satellite sans changer sa position. Par conséquent, l'énergie potentielle gravitationnelle demeure inchangée immédiatement après l'impulsion. Pour obtenir le résultat demandé, il fallait ensuite exploiter une propriété fondamentale du mouvement képlérien : le demi-grand axe d'une orbite est entièrement déterminée par l'énergie mécanique du système. Par ailleurs, de nombreuses erreurs de calcul ont été relevées dans la détermination de l'énergie cinétique après l'impulsion. Un grand nombre de candidat(e)s ont développé l'expression $(\vec{v}_0 + \vec{v}_1)^2$, comme il s'agissait d'une somme de vecteurs colinéaires obtenant à tort : $v_1^2 + 2v_1v_0 + v_0^2$. Or les vecteurs $\vec{v}_0$ et $\vec{v}_1$ sont orthogonaux, ce qui conduit à l'annulation du terme de produit scalaire croisé.

Première méthode : utilisation de l'énergie potentielle effective

Q8 : Question reposant essentiellement sur des applications directes du cours, mais qui s'est révélée relativement discriminante. Il convenait d'exprimer l'énergie cinétique en coordonnées polaires, puis d'utiliser la conservation du moment cinétique (ou de manière équivalente la constante des aires) afin de réécrire le terme en $r^2\dot{\theta}^2$ et de le regrouper avec l'énergie potentielle gravitationnelle. Cette démarche conduisait à l'expression de l'énergie potentielle effective. Si de nombreux (ses) candidat(e)s sont parvenu(e)s à établir correctement cette expression, une part importante d'entre eux(elles) ne l'a pas réécrite en fonction de m, r_0, v_0 et r , comme cela était pourtant explicitement demandé dans l'énoncé. Cette question souligne l'importance d'une lecture attentive des consignes, indispensable pour valoriser pleinement un raisonnement pourtant correct.

Q9 : Cette question nécessitait d'identifier la condition d'équilibre associée au rayon r_0 . Il fallait donc exprimer que la dérivée de l'énergie potentielle effective par rapport à r évaluée en r_0 est nulle. Une erreur fréquente a été de considérer que l'énergie potentielle effective devait elle-même s'annuler en r_0 . Cette

confusion entre la valeur d'une fonction et celle de sa dérivée traduit une maîtrise insuffisante des critères d'équilibre étudiés en cours.

Q10 : Question particulièrement discriminante, correctement traitée par un nombre très limité de candidat(e)s. La résolution nécessitait d'effectuer un développement limité de l'énergie potentielle effective, au voisinage de son minimum, en posant $r_1 = r - r_0$. Il fallait ensuite exploiter l'expression de l'énergie mécanique et la dériver par rapport au temps afin d'obtenir l'équation différentielle caractéristique d'un oscillateur harmonique. Cette question permettait de mettre en évidence le lien entre la stabilité d'une orbite circulaire et l'étude des petites oscillations autour d'une position d'équilibre. De nombreux(ses) candidat(e)s n'ont pas identifié cette démarche ou n'ont pas mené le développement limité avec suffisamment de rigueur pour parvenir au résultat attendu. Par ailleurs certain(e)s candidat(e)s ayant obtenu l'expression correcte de la pulsation ω , ne l'ont réécrite en fonction des seules grandeurs, r_0 et v_0 , contrairement à ce qui était explicitement demandé dans l'énoncé. Une attention plus soutenue aux consignes aurait, là encore, permis de valoriser pleinement le travail effectué.

Q11 : Question ne présentant pas de difficulté particulière pour les candidat(e)s l'ayant abordée.

Q12 : Question très discriminante, principalement en raison du très faible nombre de copies l'ayant abordée. La résolution reposait sur l'exploitation du résultat obtenu à la question 10 en écrivant la solution générale de l'oscillateur harmonique sous la forme, $r_1(t) = A \cos(\omega t + \phi)$. Il fallait ensuite, avec rigueur utiliser les conditions physiques fournies par l'énoncé : l'amplitude des oscillations est égale à $0.01r_0$ et la vitesse radiale v_1 est communiquée lorsque $r_1 = 0$. L'exploitation conjointe de ces informations permettait de déterminer simplement la relation recherchée. Cette question évaluait principalement la capacité des candidat(e)s à interpréter correctement les paramètres caractéristiques d'un mouvement harmonique et à relier les données physiques aux constantes intervenant dans l'expression de la solution.

Q13 : Question globalement bien traitée par ceux(elles) l'ayant abordée. Deux approches permettaient d'obtenir le résultat attendu. La première consistait à exploiter directement le résultat de la question 10 en utilisant $T = 2\pi/\omega$ où ω désigne la pulsation du mouvement. La seconde reposait sur l'application de la troisième loi de Kepler aux orbites de la Terre et de DART autour du Soleil. Les deux méthodes étaient équivalentes et conduisaient au même résultat.

Q14 : De nombreuses réponses ont été données sans justification suffisante. Une réponse correcte nécessitait de paramétrer le mouvement radial sous la forme $r_1(t) = A \sin(2\pi t/T)$, puis d'analyser suivant le signe de A, la durée nécessaire pour atteindre la valeur maximale de la trajectoire. Il fallait ensuite relier le signe de A à la vitesse initiale de DART, au moment où l'impulsion est appliquée. Cette analyse permettait alors de déterminer l'orientation de l'impulsion radiale à communiquer à DART. La question évaluait donc moins la maîtrise calculatoire que la capacité à interpréter physiquement la solution d'un mouvement harmonique.

Seconde méthode : constantes du mouvement

Q15 : Question relativement discriminante. Pour la traiter correctement, il convenait de calculer la dérivée temporelle du vecteur $\vec{T}$, puis d'exploiter la relation fondamentale de la dynamique ainsi que la conservation du moment cinétique (ou de manière équivalente la loi des aires) afin de montrer que cette dérivée s'annule pour une valeur particulière de B. Une erreur de signe dans la dérivation du vecteur $\vec{e}_\theta$ a

été relevée dans de nombreuses copies. Par ailleurs, un nombre significatif de candidat(e)s se sont limité(e)s à l'étude du cas particulier d'une orbite circulaire, sans traiter le cas général attendu.

Q16 : Question sans difficulté particulière.

Q17 : Dans de nombreuses copies, le Soleil a été placé à tort au centre de l'ellipse, alors qu'il devait être situé en l'un de ses foyers. Par ailleurs, la direction et le sens du vecteur $\vec{T}$ ont le plus souvent été indiqués sans justification. Il convenait dans un premier temps d'exploiter l'expression de $\vec{T}$ indiquée à la question 15 et de l'évaluer au périhélie et à l'aphélie. Son orientation pouvait ensuite être déterminée en comparant les normes des vitesses en ces deux points à l'aide de la conservation du moment cinétique. Très peu de copies ont présenté un raisonnement à la fois complet, rigoureux et clairement rédigé.

Q18 & Q19 : Questions pourtant assez simples, mais qui ont été très peu abordées dans les copies. De nombreux(ses) candidat(e)s n'ont pas tenté de les traiter, alors qu'elles permettaient d'obtenir des points avec un investissement assez limité.

Q20 : La première partie de la question relevait d'une application directe d'un résultat très classique du cours et a été généralement bien traitée. Pour répondre à la seconde partie de la question, qui consistait à déterminer l'expression de la distance du Soleil à l'aphélie, il fallait exploiter la conservation du moment cinétique (ou de manière équivalente la loi des aires) en ce point. Les candidat(e)s devaient se souvenir qu'à la suite de l'impulsion appliquée à DART pour le faire passer de l'orbite circulaire initiale de rayon r_0 à une orbite elliptique, le moment cinétique restait inchangé, conformément au résultat de la question 6. L'obtention du résultat nécessitait ensuite l'utilisation de l'expression de la vitesse à l'aphélie déterminée à la question 19. Cette question a été très peu traitée par les candidat(e)s, alors même qu'elle ne présentait pas de difficulté conceptuelle majeure une fois les résultats précédents mobilisés.

Q21 : La résolution de cette question nécessitait d'avoir déterminé à la question précédente, l'expression de la distance à l'aphélie en fonction de r_0 , v_0 et de v_1 , puis de réaliser un développement limité au premier ordre en v_1/v_0 . Cette question a été très peu traitée, la plupart des candidat(e)s n'ayant pas obtenu ou exploité le résultat intermédiaire requis.

Partie III : Moteur ionique

Q22 : Question d'application directe du cours, très largement traitée par les candidat(e)s. Pour réaliser correctement l'application numérique demandée, il était toutefois nécessaire d'avoir déterminé à la question 12, la valeur correcte de la vitesse v_1 à la question 12, ce à quoi peu de candidat(e)s sont parvenu(e)s. La plupart des copies ont néanmoins identifié que l'impulsion appliquée à DART pour le faire changer d'orbite pouvait être considérée comme brève dès lors que sa durée restait très inférieure à sa période orbitale.

Q23 : La majorité des candidat(e)s a correctement rappelé l'expression, vue en cours, reliant la densité volumique de courant à la vitesse des électrons et à leur densité volumique de charge. Toutefois, dans plusieurs copies, la grandeur $\rho(x)$, pourtant définie dans l'énoncé, a été assimilée à tort à une masse volumique plutôt qu'à une densité volumique de charge. Par ailleurs, seule environ la moitié des candidat(e)s ayant traité cette question, a justifié de manière satisfaisante, en s'appuyant sur l'équation

de conservation de la charge, que, en régime stationnaire, le vecteur densité de courant ne dépend que de la variable x .

Q24 : Cette question relevait d'une application directe du théorème de l'énergie cinétique, associé à l'expression de l'énergie potentielle d'une particule chargée dans un champ électrostatique. Une proportion importante de candidat(e)s a choisi d'utiliser le principe fondamental de la dynamique, mais sans parvenir à l'intégrer correctement pour obtenir l'expression attendue de la vitesse $v(x)$. On relève également dans un grand nombre de copies, une erreur de signe dans la relation reliant la vitesse à la charge élémentaire, e , à la masse, m , et au potentiel, $V(x)$.

Q25 : Question bien traitée.

Q26 : Cette question a été bien réussie par la quasi-totalité des candidat(e)s l'ayant traitée. Deux méthodes pouvaient être mises en œuvre : soit la dérivation de l'expression de $v(x)$ obtenue à la question précédente, suivie de l'utilisation de la relation entre potentiel et champ électrique ; soit l'application du principe fondamental de la dynamique, en ayant recours à la règle de la dérivation en chaîne. Les erreurs de signes commises à la question 24 ont, sans surprise, été répercutées dans les développements ultérieurs.

Q27 : Cette question s'est révélée relativement discriminante. La démarche attendue consistait à dériver la quantité Q , puis à exploiter l'équation de Maxwell Gauss afin de montrer que sa dérivée était nulle, établissant ainsi que Q est constante. Le signe de cette quantité pouvait ensuite être déterminé en l'évaluant en $x = 0$. De nombreux(ses) candidat(e)s n'ont pas identifié cette stratégie, ou n'ont pas su mener correctement le raisonnement à son terme.

Q28 : Question globalement bien traitée par les candidat(e)s l'ayant abordée. Pour y répondre rigoureusement, il était nécessaire d'avoir préalablement déterminé, à la question 27, le signe de Q ainsi qu'à la question 25, la valeur de $F(0)$. Certain(e)s candidat(e)s bien qu'ils n'aient pas traité la question 25, sont néanmoins parvenu(e)s la bonne conclusion, en admettant directement que $Q > 0$. Cette démarche, dès lors qu'elle conduisait à un raisonnement cohérent et à la réponse attendue, n'a pas été pénalisée.

Q29 : Cette question s'est révélée très discriminante dans la mesure où elle a été abordée par un nombre très restreint de candidat(e)s. Sa résolution nécessitait d'utiliser la relation reliant le potentiel au champ électrique, puis d'exploiter les expressions de la force $F(x)$, établie à la question 25, et de la vitesse $v(x)$, déterminée à la question 24. La difficulté de cette question résidait moins dans les calculs à effectuer que dans la nécessité de disposer des résultats des questions précédentes. Le faible taux de réponses s'explique vraisemblablement par les difficultés rencontrées par de nombreux(ses) candidat(e)s aux questions 24 et 25 et/ou par les contraintes de temps, cette question figurant en fin d'énoncé.

Q30 : Question sans difficulté majeure, dont la résolution nécessitait toutefois d'avoir correctement établi à la question précédente l'équation différentielle satisfaite par $V(x)$.

Q31 : Question classique et de cours portant sur le condensateur plan. Elle a été relativement bien réussie par les candidat(e)s, et n'a donné lieu qu'à peu de difficultés. Cependant, dans de nombreuses copies, le signe du potentiel entre 0 et d est considéré à tort comme positif alors que l'énoncé précisait explicitement qu'il était négatif.

Partie IV : Etude de l'astéroïde double Didymos-Dimorphos et effet de l'impact de DART

Q32 : Cette question a été abordée par la quasi-totalité des candidat(e)s et a, dans l'ensemble, été bien réussie. On relève toutefois quelques erreurs sur l'application numérique alors même que celle-ci ne présentait pas de difficulté particulière.

Q33 : Question discriminante en raison du faible nombre de candidat(e)s l'ayant traitée. Toutefois, parmi ceux(elles) qui l'ont abordé, une large majorité a soit obtenu une bonne réponse, soit amorcé un raisonnement correct témoignant d'une bonne compréhension des enjeux de la question.

Q34 : Comme dans la question précédente, cette question n'a été abordée que par un nombre de candidat(e)s très restreint, ce qui lui confère un caractère discriminant. Les candidat(e) l'ayant traitée ont cependant, pour la plupart, soit obtenu la réponse attendue soit présenté un raisonnement partiel mais pertinent.

Q35 : la question a été correctement traitée par les rares candidat(e)s l'ayant abordée. Pour parvenir au résultat attendu, il fallait différencier la troisième loi de Kepler afin d'obtenir la variation relative du demi-grand axe, puis exploiter les relations reliant l'énergie mécanique au demi-grand axe et la vitesse orbitale circulaire au rayon de la trajectoire, afin d'obtenir la variation relative de la vitesse.